

# 数量关系

- 代入排除
- 倍数特性
- 方程法
- 工程问题
- 行程问题
- 经济利润
- 最值问题
- 容斥原理
- 排列组合与概率

**代入排除**

- 范围
  - 典型题 年龄、余数、不定方程
  - 看选项 选项为一组数、可转化为一组数
  - 剩两项 只剩两项时，代一项即得答案
- 方法
  - 优先排除 尾数、奇偶、倍数
  - 直接代入 最值、好算

**倍数特性**

- 基础
  - 若 $A=B \times C$ ，则A能被B或C整除 前提：B/C均为整数
  - 口诀 3/9/5/4是重点
  - 判定
    - 因式分解  $45 = 5 \times 9 \neq 3 \times 15$
    - 拆分 普遍适用
- 余数型
  - 若答案 $=ax+b$ ，则答案-b能被a整除
  - 若答案 $=ax-b$ ，则答案+b能被a整除
  - 前提：a、x均为整数
- 比例型
  - 若 $A/B=m/n$ ，则
    - A是m的倍数，B是n的倍数
    - $A \pm B$ 是 $m \pm n$ 的倍数
  - 前提：A、B均为整数，m/n是最简整数比

**方程法**

- 普通方程 设x
  - 设小不设大（避免分数）
  - 设中间量（方便列式）
  - 求谁设谁（避免陷阱）
- 不定方程 代入排除
  - 奇偶特性 系数一奇一偶
  - 倍数特性 系数与常数有公因子
  - 尾数特性 系数尾数为5或0
  - 直接代入选项
- 不定方程组
  - 未知数一定是整数 消元
  - 未知数不一定是整数 特值法（一般赋0）

**工程问题**

- 给完工时间型
  - 先赋总量（公倍数）
  - 再算效率=总量÷时间
  - 根据工作过程列方程
- 给效率比例型
  - 先赋效率（满足比例即可）
  - 再算总量=效率×时间
  - 根据工作过程列方程
- 给具体单位型 设未知数，找等量关系列方程
- 其他工程 同时开始同时结束，整体分析

**行程问题**

- 普通行程
  - 路程=速度×时间 ( $S=V \times T$ )
  - 火车过桥 路程=车长+桥长
  - 平均速度
    - 总路程÷总时间
    - 等距离平均速度= $2V_1 \times V_2 / (V_1 + V_2)$
- 相对行程
  - 相遇追及
    - 相遇： $S = V \times T$  遇
    - 追及： $S = V \times T$  追
  - 多次运动
    - 线性两端出发第n次相遇  $(2n-1)S = V \times T$
    - 环形第n次相遇  $n \text{圈} = V \times T$
    - 环形第n次追及  $n \text{圈} = V \times T$
- 顺水逆水
  - 顺水： $S = (V_{\text{船}} + V_{\text{水}}) \times T_{\text{顺}}$
  - 逆水： $S = (V_{\text{船}} - V_{\text{水}}) \times T_{\text{逆}}$
- 比例行程
  - S一定，V、T成反比
  - V一定，S、T成正比
  - T一定，S、V成正比

**经济利润**

- 基础经济
  - 公式
    - 利润=售价-进价
    - 利润率=利润÷进价
    - 折扣=折后价÷折前价
    - 总价=单价×个数
  - 方法 方程法、赋值法
- 分段计费 水电费、出租车费、税费等
- 分段计算、汇总求和
- 函数最值
  - 识别
    - 单价和数量此消彼长
    - 求最大利润或售价
  - 方法 两点式

**最值问题**

- 最值思维
  - 特征：至多/少.....
  - 方法：和定，此消彼长，考虑最极端情况
- 构造数列
  - 特征：最.....最.....、排名第几.....最.....
  - 方法
    - 构造一个名次
    - 求谁设谁
    - 反向推其他
    - 加和求解
- 最不利构造
  - 特征：至少.....保证
  - 方法：最坏的情况+1

**容斥原理**

- 公式
  - 两集合  $A + B - A \cap B = \text{总数} - \text{都不}$
  - 标准： $A + B + C - A \cap B - A \cap C - B \cap C + A \cap B \cap C = \text{总数} - \text{都不}$
  - 三集合
    - 非标： $A + B + C - \text{满足两项} - \text{满足三项} \times 2 = \text{总数} - \text{都不}$
    - 常识： $\text{满足一项} + \text{满足两项} + \text{满足三项} = \text{总数} - \text{都不}$
- 画图
  - ①画圈圈，标数据
  - ②从里到外，注意去重

**排列组合与概率**

- 排列组合
  - 概念
    - 有序用排列（不可互换）
    - 无序用组合（可以互换）
  - 题型
    - 必须相邻 捆绑法 先捆再排
    - 不能相邻 插空法 先排再插
  - 正反反易：总情况数 - 反面情况数
  - 给情况求概率：满足要求的情况数÷所有的情况数
  - 给概率求概率：分类用加法，分步用乘法
  - 正反反易：1 - 反面情况概率