

物品分配问题

例：我有一笔钱，分给咱们班的同学，如果每人 30，还差 10 块，如果每人 20，则多出 50。问咱们班有多少人？

【例 3】(2016 年北京) 村官小刘负责将村委会购买的一批煤分给村中的困难户，如果给每个困难户分 300 千克煤，则缺 500 千克；如果给每个困难户分 250 千克煤，则剩余 250 千克。为帮助困难户，村委会购买了多少千克的煤？

- A. 5500
B. 5000
C. 4500
D. 4000

【例 4】(2016 年河南) 给贫困学校送一批图书，如果每个学校送 80 本书，则多出了 340 本，如果每个学校送 90 本书，则少 60 本。问这批书一共有多少本？

- A. 3680
B. 3760
C. 3460
D. 3540

【例 5】(2016 年吉林) 正值毕业季，班长小李组织大家聚餐，费用均摊，结账时，如果每人付 300 元，则多出 100 元；如果每人付 290 元，小李自己要多付 80 元才刚好，那么，这次活动的人均费用大约是：

- A. 293
B. 296
C. 295
D. 294

【例 6】(2016 年江苏) 某志愿服务小组购买一批牛奶到一敬老院慰问老人，如果送给每位老人 4 盒牛奶，那么还剩 28 盒，如果送给每位老人 5 盒，那么最后一位老人又不足 4 盒，则该敬老院的老人人数至少是：

- A. 27
B. 29
C. 30
D. 33

【例 7】(2015 年广东) 某车队运输一批蔬菜。如果每辆汽车运 3500 千克，

那么还剩下 5000 千克；如果每辆汽车运送 4000 千克，那么还剩 500 千克，则该车队有多少辆汽车：

- A. 8
- B. 9
- C. 10
- D. 11

拓展：

某志愿服务小组购买 80 盒牛奶到一敬老院慰问老人，共有 18 位老人，如果送给每位老奶奶 4 盒牛奶，每位老爷爷 5 盒，则该敬老院的老爷爷人数是多少？

鸡兔同笼问题：

例：10 个头，36 只脚，问有几只鸡？几只兔？

【例 8】(2017 年安徽)小明负责将某农场的鸡蛋运送到小卖部。按照规定，每送达 1 枚完整无损的鸡蛋，可得运费 0.1 元；若有鸡蛋破损，不仅得不到该枚鸡蛋的运费，每破损一枚鸡蛋还要赔偿 0.4 元。小明 10 月份共运送鸡蛋 25000 枚，获得运费 2480 元。那么，在运送过程中，鸡蛋破损了：

- A. 20 枚
- B. 30 枚
- C. 40 枚
- D. 50 枚

【例 9】(2017 年江西)某地区居民生活用水每月标准用水量的基本价格为每吨 3 元，若每月用水量超过标准用水量，超出部分按基本价格的 130% 收费。某户六月份用水 25 吨，共交水费 83.1 元，则该地区每月标准用水量为：

- A. 12 吨
- B. 14 吨
- C. 15 吨
- D. 16 吨

【例 10】(2016 年河南)贾某在停车场停车，每个月前几个小时内收费的基础价格为 5 元/小时，之后按照基础价格的 90% 收费，某月贾某的停车时间为 120 小时，共交了 545 元，则按照基础价格停车的时间为多少小时？

- A. 8
- B. 10

C. 15

D. 20

【例 11】(2015 广东)某村过年有分肉的习俗。将 160 斤肉分给村里的 110 户家庭，贫困家庭每户分得 3 斤肉，其他家庭每户分得 1 斤肉。那么该村的贫困家庭有多少户：

A. 16

B. 20

C. 22

D. 25

【例 12】(2014 年广州)吴老师到商店买篮球和足球共 56 个。篮球每个定价 90 元，足球每个定价 80 元。由于购买的数量较多，该商店老板就给吴老师八折优惠，结果吴老师付的钱比按定价买少付了 960 元，那么他买了()个篮球。

A. 24

B. 26

C. 30

D. 32

【例 13】(2015 年天津)某水果超市购进苹果和葡萄共计 100 千克，总值若干元，定价标准是苹果降价 20%，葡萄提价 20%，这样苹果和葡萄每千克价格均为 9.6 元，总值比原来减少 140 元。计算一下，该超市购进苹果有多少千克？

A. 65

B. 70

C. 75

D. 80

【例 14】(2017 年江西)老张购进一批商品，共 20 件。销售时，每件合格的商品可以赚 50 元，不合格的商品一件亏 20 元。他卖出的这 20 件商品中有几件是不合格的，那么卖出这批商品可能赚：

A. 690 元

B. 720 元

C. 780 元

D. 850 元

【牛刀小试 1】(2017 年江苏)玻璃厂委托运输公司运送 400 箱玻璃。双方约定：每箱运费 30 元，如箱中玻璃有破损，那么该箱的运费不支付且运输公司需赔偿损失 60 元。最终玻璃厂向运输公司共支付 9750 元，则此次运输中玻璃破损

的箱子有：

- A. 25 箱
- B. 28 箱
- C. 27 箱
- D. 32 箱

【牛刀小试 2】（2013 年天津）一群人坐车出去旅游，如果每辆车坐 22 人，还剩 5 人没位置。如果每辆车坐 26 人，则空出 15 个座位。问每辆车坐 25 人，空出多少个座位：

- A. 20
- B. 15
- C. 10
- D. 5



成公教育
感恩·极致·口碑



成公教育
感恩·极致·口碑



成公教育
感恩·极致·口碑

盈亏法（笔记）

【注意】1. 本次课程的内容为盈亏法，这个方法在数资中经常用到。

2. 盈亏法在平均数问题、物品分配问题、鸡兔同笼等问题中比较好用，有的题目可以口算，因此一道数学题可能可以节约 20s~30s。

【知识点】盈亏法：

1. 方法介绍：

(1) 什么是盈余亏补：多退少补。

(2) 盈余亏补的核心：通过退和补达到平衡。

2. 适用题型：平均数计算、物品分配问题、鸡兔同笼问题。平均数问题是基础，考试中物品分配和鸡兔同笼问题考得较多。

3. 学习目标：快速解题。学习目的不是会做，而是做得快。

平均数计算

例：求 2001、2007、2013、2018、2036、2039 的平均数。

【解析】例. 平均数是盈亏法的基础题型。一般的做法为 6 个数相加除以 6，但计算可能会比较慢。可以先从 6 个数找到大概的平均数，然后再看 6 个数和平均数的盈亏情况。观察 6 个数，这 6 个数的平均数可能会和 2018 年比较接近，因为 2018 为不大不小的数字。假设平均数为 2018，画条线表示 2018，每个数和 2018 比较，2018 和 2018 比较，没有亏也没有盈，则为 0；2001 和 2018 比较亏了 17，用 -17 表示，则每个数字依次和 2018 年比较的盈亏情况分别为 -17、-11、-5、0、+18、+21，亏数 = $-17-11-5=-33$ ，盈数 = $18+21=39$ ，总盈亏情况 = $39-33=6$ ，因此真实总和多 6，每个数多 1，则平均数 = $2018+1=2019$ 。

$$\begin{array}{r} +18 +21 \\ \hline -17 -11 -5 \end{array}$$

A. 110

B. 115

C. 120

D. 125

【解析】例 2. 前 3 名同学平均每人筹得 150 元，假设前 3 名同学每人 150 元。画线表示 8 人的平均数，8 人分成后 5 人和前 3 人两部分，后 5 人捐款少，为负数，后 5 名平均每人比 8 人平均数少 15 元，则后 5 人共少 75 元，前 3 名同学得补足这 75 元，平均每人补 25 元，则 8 名同学平均每人筹得善款 $150-25=125$ 元。【选 D】

前3 +75
后5 -75

【注意】平均数问题只需做好一件事：找好平均数，多退少补得平衡。

物品分配问题

例：我有一笔钱，分给咱们班的同学，如果每人 30，还差 10 块，如果每人 20，则多出 50。问咱们班有多少人？

【解析】例. 方法一：用原理分析，差 10 块为亏，多 50 为盈，可以用盈亏思想，画竖轴表示，总共差 60 元；第一次分配每人 30，第二次分配每人 20 元，两次分配相差 10 元，则总共差了 60 元，则咱们班有 $60/10=6$ 人。

方法二：用公式， $(50+10) / (30-20) = 6$ 人。

【知识点】1. 一盈一亏型公式（结论）： $(盈数+亏数) / 两次分配的个数差 = 对象数$ 。

2. 题型特征：（1）两次如果；（2）一类物品分给一类对象。

【例 3】(2016 年北京) 村官小刘负责将村委会购买的一批煤分给村中的困难户，如果给每个困难户分 300 千克煤，则缺 500 千克；如果给每个困难户分 250 千克煤，则剩余 250 千克。为帮助困难户，村委会购买了多少千克的煤？

【答案汇总】1-5: BDDDD

【例 6】(2016 年江苏)某志愿服务小组购买一批牛奶到一敬老院慰问老人,如果送给每位老人 4 盒牛奶,那么还剩 28 盒,如果送给每位老人 5 盒,那么最后一位老人又不足 4 盒,则该敬老院的老人人数至少是:

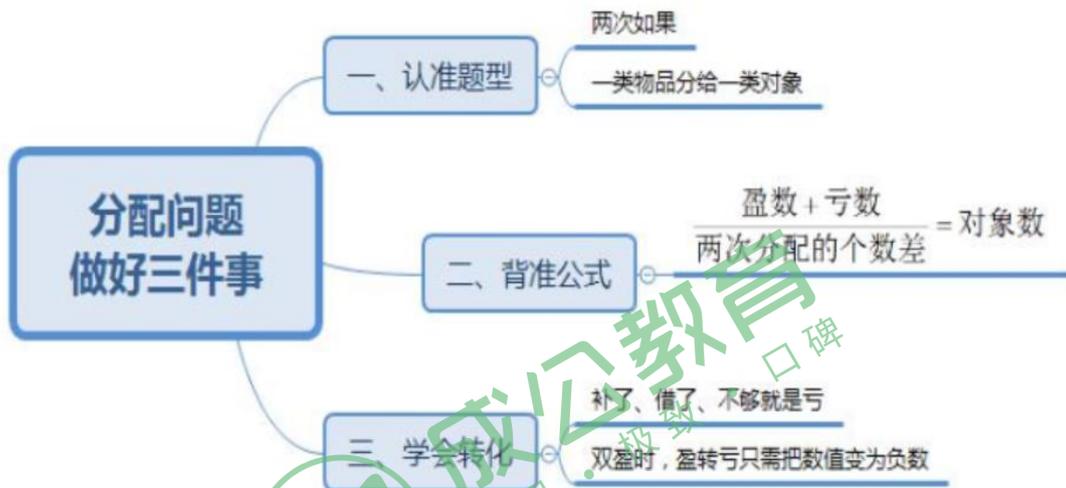
- A. 27
B. 29
C. 30
D. 33

【解析】例 6. 把牛奶分给老人为一类物品分给一类对象,属于物品分配问题。最后一位老人不足 4 盒,则老人手里可能有 1 盒、亏 4 盒,2 盒、亏 3 盒,3 盒、亏 2 盒,设最后一位老人亏 n 盒,人数 = $(28+n) / (5-4) = 28+n$,要使人数量最少,则 n 最小, n 最小为 2,则老人至少 $28+2=30$ 人。【选 C】

【例 7】(2015 年广东)某车队运输一批蔬菜。如果每辆汽车运 3500 千克,那么还剩下 5000 千克;如果每辆汽车运送 4000 千克,那么还剩 500 千克,则该车队有多少辆汽车:

- A. 8
B. 9
C. 10
D. 11

【解析】例 7. 把蔬菜分给车队为把一类物品分给一类对象,出现两次如果,属于物品分配问题。直接用公式,题干两次分配都是剩下,第一次盈 5000 千克,第二次剩下 500 千克,根据负负得正,第二次为缺-500 千克,也就是说第二次亏-500 千克,符合公式, $[5000+(-500)] / (4000-3500) = 9$ 辆车。【选 B】



【小结】物品分配问题做好三件事：

1. 认准题型：两次如果：一类物品分给一类对象。
2. 背准公式：（盈数+亏数）/两次分配的个数差=对象数。
3. 学会转化：
 - (1) 补了、借了、不够就是亏。
 - (2) 双盈时，盈转亏只需把数值变为负数。

拓展：

某志愿服务小组购买 80 盒牛奶到一敬老院慰问老人，共有 18 位老人，如果送给每位老奶奶 4 盒牛奶，每位老爷爷 5 盒，则该敬老院的老爷爷人数是多少？

【解析】拓展. 这个题将牛奶分给老爷爷和老奶奶，不是一类物品分给一类对象，并且只出现一个如果，不是物品分配，这个题属于鸡兔同笼问题。列方程，设老爷爷老奶奶分别为 x 、 y 人，则 $x+y=18$ ， $5x+4y=80$ ，可以解方程组求出老爷爷的人数，但解方程组比较麻烦。

鸡兔同笼问题：

例：10 个头，36 只脚，问有几只鸡？几只兔？

【解析】鸡兔同笼问题. 方法一：设鸡求兔，假设都是鸡，总共 10 个头，则应该为 20 只脚，多了 $36-20=16$ 只脚，一只兔子比一只鸡多了 2 只脚，则兔子 $=16/2=8$ 只。

方法二：设兔求鸡，总共 10 个头，假设都是兔子，则有 40 只脚，少了 $40-36=4$

只脚，每只鸡少 2 只脚，则鸡=4/2=2 只。

方法三：用公式，设鸡求兔， $(36-20) / (4-2) = 8$ 只。

【知识点】鸡兔同笼问题：

1. 公式：实际总量与假设总量的差/两个单量的差=所求对象数。建议理解性记忆，假设为设 A 求 B，则所求对象数为 B，假设总量为 A 的总量。

2. 题型特征：两类物品分给两类对象（a 分给 A、B；b 分给 A、B）。比如 a 为头分给了鸡和兔，b 为脚分给鸡和兔。

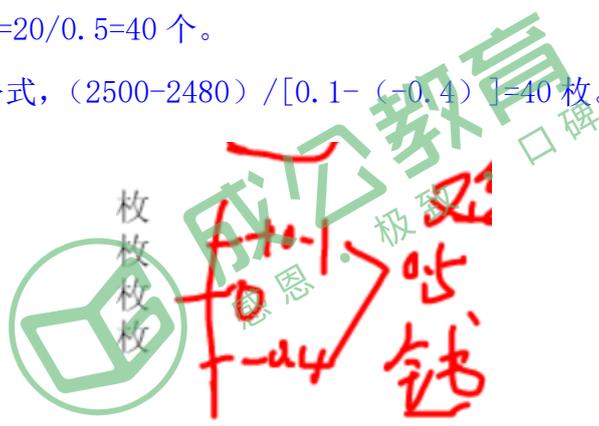
【例 8】（2017 年安徽）小明负责将某农场的鸡蛋运送到小卖部。按照规定，每送达 1 枚完整无损的鸡蛋，可得运费 0.1 元；若有鸡蛋破损，不仅得不到该枚鸡蛋的运费，每破损一枚鸡蛋还要赔偿 0.4 元。小明 10 月份共运送鸡蛋 25000 枚，获得运费 2480 元。那么，在运送过程中，鸡蛋破损了：

- A. 20 枚
- B. 30 枚
- C. 40 枚
- D. 50 枚

【解析】例 8. 确定题型：鸡蛋可以分成好鸡蛋和坏鸡蛋，钱数也可以分成好鸡蛋的钱 0.1 元和坏鸡蛋的钱-0.4 元，画竖轴分析，好鸡蛋和坏鸡蛋的钱数差 0.5 元，符合两类物品分给两类对象的特征，判定为鸡兔同笼问题。

方法一：盈亏思想分析，亏了 $2500-2480=20$ 元，每个坏鸡蛋比好鸡蛋少了 0.5 元，则坏鸡蛋= $20/0.5=40$ 个。

方法二：用公式， $(2500-2480) / [0.1 - (-0.4)] = 40$ 枚。【选 C】



【例 9】（2017 年江西）某地区居民生活用水每月标准用水量的基本价格为每吨 3 元，若每月用水量超过标准用水量，超出部分按基本价格的 130% 收费。某

户六月份用水 25 吨，共交水费 83.1 元，则该地区每月标准用水量为：

- A. 12 吨
- B. 14 吨
- C. 15 吨
- D. 16 吨

【解析】例 9. 基本价格的 130%=3*130%=3.9 元。本应该求 A 设 B，但 3 比 3.9 方便计算，假设都是标准用水量，则标准外的水量= $(83.1-75) / (3.9-3) = 8.1/0.9=9$ 吨，故标准内的水量=25-9=16 吨。【选 D】

【例 10】(2016 年河南)贾某在停车场停车，每个月前几个小时内收费的基础价格为 5 元/小时，之后按照基础价格的 90%收费，某月贾某的停车时间为 120 小时，共交了 545 元，则按照基础价格停车的时间为多少小时？

- A. 8
- B. 10
- C. 15
- D. 20

【解析】例 10. 确定题型：基础价格的 90%=5*90%=4.5 元，把时间分为基础内和基础外，钱数分给基础时间内和基础时间外，符合两类物品分给两类对象的特征，判定为鸡兔同笼问题。5 元方便计算，假设时间都在基础价格内，则标准外的时间= $(600-545) / (5-4.5) = 110$ 小时，标准内的时间=120-110=10 小时。

【选 B】

【答案汇总】6-10：CBCDB

【例 11】(2015 广东)某村过年有分肉的习俗。将 160 斤肉分给村里的 110 户家庭，贫困家庭每户分得 3 斤肉，其他家庭每户分得 1 斤肉。那么该村的贫困家庭有多少户：

- A. 16
- B. 20
- C. 22
- D. 25

【解析】例 11. 肉和家庭均分给普通家庭和贫困家庭，符合两类物品分给两类对象的特征，判定为鸡兔同笼问题。假设都是普通家庭， $(160-110) / (3-1) = 25$ 户。【选 D】

【例 12】(2014 年广州)吴老师到商店买篮球和足球共 56 个。篮球每个定价 90 元，足球每个定价 80 元。由于购买的数量较多，该商店老板就给吴老师八折优惠，结果吴老师付的钱比按定价买少付了 960 元，那么他买了()个篮球。

- A. 24
B. 26
C. 30
D. 32

【解析】例 12. 篮球 90 元一个，八折优惠，每个省 $90 \times 0.2 = 18$ 元；足球 80 元一个，八折优惠每个省了 $80 \times 0.2 = 16$ 元，总共付费 960 元。鸡兔同笼问题，问篮球，假设都是足球，代入公式： $(960 - 16 \times 56) / (18 - 16) = 64 / 2 = 32$ 个，则篮球有 32 个。【选 D】

【例 13】(2015 年天津)某水果超市购进苹果和葡萄共计 100 千克，总值若干元，定价标准是苹果降价 20%，葡萄提价 20%，这样苹果和葡萄每千克价格均为 9.6 元，总值比原来减少 140 元。计算一下，该超市购进苹果有多少千克？

- A. 65
B. 70
C. 75
D. 80

【解析】例 13. 苹果降价 20%为 9.6 元，则苹果原来为 $9.6 / 0.8 = 12$ 元；葡萄提价 20%为 9.6 元，则葡萄原来为 $9.6 / 1.2 = 8$ 元；原来总的价格 = $960 + 140 = 1100$ 元。100 千克和 1100 元均可以分成苹果和葡萄，判定为鸡兔同笼问题，直接代入公式，问苹果，假设都是葡萄，则苹果 = $(1100 - 800) / (12 - 8) = 300 / 4 = 75$ 千克。【选 C】

【例 14】(2017 年江西)老张购进一批商品，共 20 件。销售时，每件合格的商品可以赚 50 元，不合格的商品一件亏 20 元。他卖出的这 20 件商品中有几件是不合格的，那么卖出这批商品可能赚：

- A. 690 元
B. 720 元
C. 780 元
D. 850 元

【解析】例 14. 问可能赚多少钱，答案不确定，由于商品中的不合格数不确定。假设可能赚的钱为 n，和运鸡蛋的题目类似，代入公式，不合格商品 = $(1000 - n) / [50 - (-20)] = (1000 - n) / 70$ ，商品为整数，则 1000 - n 一定是 70 的倍数，用

空出多少个座位：

- A. 20
- B. 15
- C. 10
- D. 5

【解析】牛刀小试 2. 出现两个如果，即两次分配，符合一类物品分给一类对象，判定为物品分配问题。代入公式： $(5+15) / (26-22) = 20/4=5$ 辆车，则人数= $22*5+5=115$ 人， $25*5=125$ 个人有座位，则 $125-115=10$ 人没座位。【选 C】



【小结】盈亏法：

1. 方法小结：

- (1) 盈亏互补就是多退少补。
- (2) 盈亏互补的核心是平衡。

2. 题型小结：

- (1) 平均数问题：找好平均数，多退少补找平衡。
- (2) 物品分配：
 - ① 一审：两次如果；一类物品分给一类对象。
 - ② 二式： $(\text{盈数} + \text{亏数}) / \text{两次分配的个数差} = \text{对象数}$ 。
 - ③ 三转：补了、借了、不够就是亏。双盈时，盈转亏只需把数值变为负数。

3. 鸡兔同笼问题：

- (1) 一审：两类物品分给两类对象。
- (2) 二式： $\text{实际总量与假设总量的差} / \text{两个单量的差} = \text{所求对象数}$ 。

【答案汇总】 1-5: BDDDD; 6-10: CBCDB; 11-14: DDCB



