1.1 基础数列类型

①常数数列　如 7，7，7，7，7，7，7，7，……

②等差数列　如 11，14，17，20，23，26，……

③等比数列　如 16，24，36，54，81，……

④周期数列　如 2，5，3，2，5，3，2，5，3，……

⑤对称数列　如 2，5，3，0，3，5，2，……

⑥质数数列　如 2，3，5，7，11，13，17

⑦合数数列　如 4，6，8，9，10，12，14

注意：1 既不是质数也不是合数

1.2 200 以内质数表

2，3，5，7，11，13，17，19，23，29，31，37，41，43，47，53，59，61，67，71，73，79，83，89，97，101，103，107，109，113，127，131，137，139，149，151，157，163，167，173，179，181，191，193，197，199

1.3 整除判定

能被 2 整除的数，其末尾数字是　2 的倍数（即偶数）

能被 3 整除的数，各位数字之和是　3 的倍数

能被 5 整除的数，其末尾数字是　5 的倍数（即 5、0）

能被 4 整除的数，其末两位数字是　4 的倍数

能被 8 整除的数，期末三位数字是　8 的倍数

能被 9 整除的数，各位数字之和是　9 的倍数

能被 25 整除的数，其末两位数字是　25 的倍数

能被 125 整除的数，其末三位数字　125 的倍数

1.4 经典分解

91=7×13　　111=3×37　　119=7×17

133=7×19　　117=9×13　　143=11×13

147=7×21　　153=9×17　　161=7×23

171=9×19　　187=11×17　　209=19×11

1.5 常用平方数

数字	平方
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81
10	100
11	121
12	144
13	169
14	196
15	225
16	256
17	289
18	324
19	361
20	400
21	441
22	484
23	529
24	576
25	625

26	676
27	729
28	784
29	841
30	900

1.6 常用立方数

数字	立方
1	1
2	8
3	27
4	64
5	125
6	216
7	343
8	512
9	729
10	1000

1.7 典型幂次数

底数 / 指数	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6
2	4	9	16	25	36
3	8	27	64	125	216
4	16	81	256	625	1296
5	32	243	1024		
6	64	729			
7	128				
8	256				
9	512				
10	1024				

1.8 常用阶乘数

数字	阶乘
1	1

2	2
3	6
4	24
5	120
6	720
7	5040
8	40320
9	362880
10	36288000

2.1 浓度问题

1.混合后溶液的浓度，应介于混合前的两种溶液浓度之间。

2.浓度=溶质÷溶液

2.2 代入排除法

1　奇数+奇数=偶数

奇数-奇数=偶数

偶数+偶数=偶数

偶数-偶数=偶数

奇数+偶数=奇数

奇数-偶数=奇数

2.

①任意两个数的和如果是奇数，那么差也是奇数；如果和是偶数，那么差也是偶数。

②任意两个数的和或差是奇数，则两数奇偶相反；和或差事偶数，则两数奇偶相同。

3.余数特性

①一个数被 2 除得的余数，就是其末一位数字被 2 除得的余数

②一个数被 5 除得的余数，就是其末一位数字被 5 除得的余数

③一个数被 4 除得的余数，就是其末两位数字被 4 除得的余数

④一个数被 8 除得的余数，就是其末三位数字被 8 除得的余数

⑤一个数被 25 除得的余数，就是其末两位数字被 25 除得的余数

⑥一个数被 125 除得的余数，就是其末三位数字被 125 除得的余数

⑦一个数被 3 除得的余数，就是其各位数字相加后被 3 除得的余数

⑧一个数被 9 除得的余数，就是其个位数字相加后被 9 除得的余数

9.循环数

198198198=198× 1001001

2134213421342134=2134× 1000100010001

规律：有多少个循环数，就有多少个 1，1 之间 0 的个数是循环数位数减 1

例如 2134213421342134 中有“ 2134 ”四个，所以应该有 4 个 1，同时 2134 为四位数，所以两个 1 之间应该有三个 0，所以为 1000100010001

10.乘方尾数口诀

底数留个位，指数除以 4 留余数（余数为 0，则看做 4）

例如 19991998 的末尾数字为：底数留个位，所以底数为 9；指数除以 4 留余数，1998 除以 4 的余数为 2，所以最后为 92=81，因此末尾数字为 1

11.韦达定理

$ax^2+bx+c=0$

其中 x1 和 x2 是这个方程的两个根，则：

x1+x2= $-\frac{b}{a}$

x1×x2= $\frac{c}{a}$

逆推理：

如果 a+b=m a×b=n

则 a、b 是 $x^2-mx+n=0$ 的两个根。

5.4 行程问题

1.路程=速度×时间

2.相向运动：速度取和；同向运动：速度取差

3 促进运动：速度取和；阻碍运动，速度取差

5.5 工程问题

工作总量 =工作效率×工作时间

5.6 几何问题

1.常用周长公式：

正方形周长 $C_{正方形}=4a$

长方形周长 $C_{长方形}=2(a+b)$

圆形周长 $C_{圆形}=2\pi R$

2.常用面积公式

正方形面积 $S_{正方形}=a^2$

长方形面积 $S_{长方形}=ab$

圆形面积 $S_{圆形}=\pi R^2$

三角形面积 $S_{三角形}=\frac{1}{2}ah$

平行四边形面积 $S_{平行四边形}=ah$

梯形面积 $S_{梯形}=\frac{1}{2}(a+b)h$

扇形面积 $S_{扇形}=\frac{n}{360}\pi R^2$

3.常用表面积公式

正方体表面积 $=6a^2$

长方体表面积 $=2ab+2ac+2bc$

球表面积 $=4\pi R^2$

圆柱体表面积 $=2\pi Rh+2\pi R^2$

4.常用体积公式

正方体体积 $V_{正方体}=a^3$

长方体体积 $V_{长方体}=abc$

球的体积 $V_{球}=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{1}{6}\pi D^3$

圆柱体体积 $V_{圆柱体}=\pi R^2h$

圆锥体体积 $V_{圆锥体}=\frac{1}{3}\pi R^2h$

5.几何图形放缩性质

若将一个图形扩大至原来的 N 倍，则：对应角度仍为原来的 1 倍；对应长度变为原来的 N 倍；面积变为原来的 N2 倍；体积变为原来的

N3 倍。

6.几何最值理论

1. 平面图形中，若周长一定，越接近于圆，面积越大。

2. 平面图形中，若面积一定，越接近于圆，周长越小。

3. 立体图形中，若表面积一定，越接近于球体，体积越大。

4. 立体图形中，若体积一定，越接近于球体，表面积越小。

7.三角形三边关系

三角形两边之和大于第三边，两边之差小于第三边。

题目中例 8 非常重要。

5.7 容斥原理

1. 两集合标准型核心公式

满足条件Ⅰ的个数 +满足条件Ⅱ的个数 -两者都满足的个数 =总个数 -两者都不满足的个数

2. 三集合标准核心公式

$|A\cup B\cup C|=|A|+|B|+|C|-|A\cap B|-|A\cap C|-|B\cap C|+|A\cup B\cup C|$

3. 三集合整体重复型核心公式

假设满足三个条件的元素数量分别为 A、B、C，而至少满足三个条件之一的总量为 W。其中：满足一个条件的元素数量为 x，满足两个条件的数量为 y，满足三个条件的数量为 z，从而有下面两个等式：

W=x+y+z

A+B+C=x ×1+y×2+z×3

5.8 排列组合问题

1.排列公式：

$$A_n^m=\frac{n!}{(n-m)!}=n\times(n-1)\times(n-2)\cdots\times(n-m+1)$$

2.组合公式：

$$C_n^m=\frac{n!}{(n-m)!\times m!}=\frac{n\times(n-1)\times(n-2)\cdots\times(n-m+1)}{m\times(m-1)\times(m-2)\times\cdots\times1}$$

3.“ 捆绑插空法 ” 核心提示

相邻问题——捆绑法： 先将相邻元素全排列， 然后视其为一个整体与剩余元素全排列；

不邻问题——插空法： 现将剩余元素全排列， 然后将不邻元素有序插入所成间隙中。

4.对抗赛比赛场次基本公式

淘汰赛——①仅需决出冠亚军 比赛场次 =N-1

②需决出 1、2、3、4 比赛场次 =N

循环赛——①单循环（任意两个队打一场比赛） 比赛场次 $=C_n^2$

②双循环赛（任意两个队打两场比赛） 比赛场次 $=P_n^2$

5.9 概率问题

1.单独概率 =满足条件的情况数÷总的情况数

2.某条件成立概率 =1-该条件不成立的概率

3.总体概率 =满足条件的各种情况概率之和

4.分布概率 =满足条件的每个步骤概率之积

5.条件概率：“ A 成立 ”时“ B 成立的概率 ” =A、B 同时成立的概率÷A 成立的概率

5.10 边端问题

1.段数公式：段数 =总长÷株距

2.线性植树：单边植树：棵树 =段数+1

双边植树：棵树 =（段数+1）× 2

3.楼间植树：单边植树 棵树=段数-1

双边植树 棵树=（段数-1）× 2

4.环形植树：单边植树 棵树=段数

双边植树 棵树=段数× 2

5.方阵问题核心法则：

人数公式： N 层实心方阵的人数 =N2

外周公式： N 层方阵最外层人数 =（N-1）*4

对于三角阵、五边阵的情况可以此类推

6.过河问题核心法则：

①M 个人过河，船上能载 N 个人，由于需要一个人划船，共需往返 $\frac{M-1}{N-1}$ 次（需要× 2）

②“ 过一次河 ”指的是单程， “ 往返一次 ”指的是双程

③载人过河的时候，最后一次不再需要返回。

5.12 初等数学问题

1.同余问题

余同取余，和同加和，差同减差，公倍数作周期

例如：①一个数除以 4 余 1，除以 5 余 1，除以 6 余 1，则取 1，表示为 60n+1

②一个数除以 4 余 3，除以 5 与 2，除以 6 余 1，则取 7，表示为 60n+7

③一个数除以 4 余 1，除以 5 余 2，除以 6 余 3，则取 3，表示为 60n-3

2.等差数列核心公式

求和公式：$和=\frac{(首项+末项)\times 项数}{2}=平均数\times 项数=中位数\times 项数$

项数公式：$项数=\frac{末项-首项}{公差}+1$

级差公式：$第N项-第M项=(N-M)\times 公差$

通项公式：$a_n=a_1+(n-1)\times 公差$

5.13 年龄问题

1.基本知识点

①每过 N 年，每个人都长 N 岁

②两个人的年龄差在任何时候都是固定不变的

③两个人的年龄之间的倍数随着时间的推移而变小。

2.平均分段法

例如：甲对乙说：当我岁数是你现在岁数时，你才 4 岁。乙对甲说：当我的岁数是你现在岁数的时候，你是 67 岁，则现在甲乙各多少岁？

画出如下图：

67------------------ 甲------- 乙---------------------4

67-4=63，即相差了 63

67-甲-乙-4，共有三段，所以每段为 63÷3=21

所以乙 =4+21=25 岁

所以甲 =25+21=46 岁

5.14 统筹问题

1.“ 非闭合 ” 货物集中问题

判断每条“ 路 ” 的两侧的货物总重量，在在这条路上一定是从轻的一侧流向重的一侧。

特别提示：①本法则必须适用于“ 非闭合 ” 的路径问题中

②本法则的应用，与各条路径的长短没有关系

③我们应该从中间开始分析，这样可以更快。

2.货物装卸为题

如果有 M 辆车和（ N>M ）个工厂，所需装卸工的总数就是需要装卸工人数最多的 M 各工厂所需的装卸工之和。（若 M>=N，则需要把各个点上的人加起来即答案）

排列数公式： $P_n^m = n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)$，$(m\le n)$

组合数公式： $C_n^m = P_n^m \div P_m^m =$（规定 $C_n^0 = 1$）。

“ 装错信封 ” 问题： D1＝0，D2＝1，D3＝2，D4＝9，D5＝44，D6＝265,

年龄问题：关键是年龄差不变；

几年后年龄＝大小年龄差 ÷倍数差－小年龄

几年前年龄＝小年龄－大小年龄差 ÷倍数差

日期问题：闰年是 366 天，平年是 365 天，其中：1、3、5、7、8、10、12 月都是 31 天，4、6、9、11 是 30 天，闰年时候 2 月份 29 天，平年 2 月份是 28 天。

植树问题

（1）线形植树：棵数＝总长 ÷间隔＋1

（2）环形植树：棵数＝总长 ÷间隔

（3）楼间植树：棵数＝总长 ÷间隔－1

（4）剪绳问题：对折 N 次，从中剪 M 刀，则被剪成了（2N×M＋1）段

鸡兔同笼问题：

鸡数＝（兔脚数 ×总头数 -总脚数）÷（兔脚数 -鸡脚数）

（一般将“每”量视为“脚数”）

得失问题（鸡兔同笼问题的推广）：

不合格品数＝（1 只合格品得分数 ×产品总数 -实得总分数）÷（每只合格品得分数 +每只不合格品扣分数）

＝总产品数 -（每只不合格品扣分数 ×总产品数 +实得总分数）÷（每只合格品得分数 +每只不合格品扣分数）

例：“灯泡厂生产灯泡的工人，按得分的多少给工资。每生产一个合格品记 4 分，每生产一个不合格品不仅不记分，还要扣除 15 分。某工人生产了 1000 只灯泡，共得 3525 分，问其中有多少个灯泡不合

格？”

解：（4×1000-3525）÷（4+15） =475÷19=25（个）

盈亏问题：

（1）一次盈，一次亏：（盈+亏）÷(两次每人分配数的差） =人数

（2）两次都有盈： （大盈-小盈）÷(两次每人分配数的差） =人数

（3）两次都是亏： （大亏-小亏）÷(两次每人分配数的差） =人数

（4）一次亏，一次刚好：亏 ÷(两次每人分配数的差） =人数

（5）一次盈，一次刚好：盈 ÷(两次每人分配数的差） =人数

例：“小朋友分桃子，每人 10 个少 9 个，每人 8 个多 7 个。问：有多少个小朋友和多少个桃子？”

解（7+9）÷（10-8）=16÷2=8（个）………………人数

10×8-9=80-9=71（个）………………桃子

钟表问题：

钟面上按“分针”分为 60 小格，时针的转速是分针的 $\frac{1}{12}$，分针每小时可追及 $\frac{11}{12}$

时针与分针一昼夜重合 22 次，垂直 44 次，成 180o22 次。